

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ЛУГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ЛГПУ»)**

УТВЕРЖДАЮ

Е.А. Журавлева
«25» февраля 2026 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Теория случайных процессов

По направлению подготовки 01.03.01 Математика
Профиль подготовки Математические и цифровые технологии в образовании
Квалификация выпускника – бакалавр
Форма обучения – очная
Курс – 3

Луганск, 2026

Рабочая программа учебной дисциплины является частью основной профессиональной образовательной программы для подготовки бакалавров по направлению подготовки 01.03.01 Математика и профилю Математические и цифровые технологии в образовании очной формы обучения.

Рабочая программа учебной дисциплины разработана в соответствии с ФГОС ВО – бакалавриат по направлению подготовки 01.03.01 Математика, утвержденным приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 10.01.2018 № 8 (с изменениями и дополнениями) и Профессиональными стандартами, утвержденными приказами Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от 18 октября 2013 г. № 544н (с изменениями и дополнениями); от 22 сентября 2021 г. № 652н; от 20 июля 2022 г. № 425н.

СОСТАВИТЕЛИ:

доцент кафедры фундаментальной математики, кандидат педагогических наук,
доцент, Давыскиба Оксана Викторовна,
старший преподаватель кафедры фундаментальной математики Дюбо Елена Николаевна.

Утверждена на заседании кафедры фундаментальной математики

Протокол от «17» декабря 2025 г. № 6

Заведующий кафедрой

фундаментальной математики



С.В. Темникова

ОДОБРЕНА на заседании учебно-методической комиссии Института физико-математического образования, информационных и обслуживающих технологий

Протокол от «14» января 2026 г. № 6

Председатель учебно-методической комиссии

Института физико-математического образования,

информационных и обслуживающих технологий



О.В. Давыскиба

СОГЛАСОВАНО:

Директор Департамента образования



В.В. Савенков

Структура и содержание дисциплины

1. Цели и задачи учебной дисциплины

Целями освоения учебной дисциплины «Теория случайных процессов» являются:

- формирование у будущих специалистов знаний основных понятий теории случайных процессов;
- формирование практических навыков использования методов теории случайных процессов.

Задачами освоения учебной дисциплины «Теория случайных процессов» являются:

- изучение основных положений теории случайных процессов;
- изучение Марковских процессов в широком смысле, их классификации, Марковских полугрупп;
- изучение уравнения Колмогорова;
- изучение процессов с независимыми приращениями, точечных случайных процессов;
- изучение теории восстановления;
- изучение теории очередей.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП

Учебная дисциплина «Теория случайных процессов» входит в часть, формируемую участниками образовательных отношений, дисциплин Блока 1 подготовки студентов по направлению 01.03.01 Математика, профиль подготовки Математические и цифровые технологии в образовании. Индекс дисциплины Б1.В.03.

Необходимыми условиями для освоения дисциплины являются: знания базовых понятий теории вероятностей и математической статистики, математического анализа, дискретной математики, умения разрабатывать простейшие алгоритмы решения стохастических задач, навыки владения на достаточно высоком уровне аппаратом дифференциального и интегрального исчисления, методами решения типовых задач теории вероятностей и математической статистики.

Содержание дисциплины является логическим продолжением содержания дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика».

Является основой для изучения дисциплины «Математические методы оптимального управления».

3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

Код по ФГОС ВО	Индикатор достижения	Результаты обучения по дисциплине
Профессиональная		

ПК-4 Способен разрабатывать и применять современные технологии на основе фундаментальных математических теорий, концепций и методов.	ПК-4.1. Понимает значение фундаментальных математических теорий, концепций и методов для решения прикладных задач, способен использовать их при разработке современных цифровых технологий.	<p>Знает: основные понятия, определения, теоремы теории случайных процессов; современный математический аппарат, используемый при моделировании систем и процессов в условиях стохастического описания параметров.</p> <p>Умеет: решать типовые задачи по основным разделам дисциплины; интерпретировать результаты, полученные методами теории случайных процессов.</p> <p>Владеет: применения современного математического аппарата в исследовательской и прикладной деятельности для описания процессов и явлений в условиях стохастической исходной информации.</p>
--	---	---

4. Структура и содержание учебной дисциплины

4.1. Объем учебной дисциплины и виды учебной работы

Вид учебной работы	Объем часов / зачетных единиц
	Очная форма
Общая трудоемкость дисциплины	108 / 3
Обязательная аудиторная нагрузка (всего часов), в том числе:	36
Лекции	16
Семинарские занятия	-
Практические занятия	20
Лабораторные работы	-
Курсовая работа / курсовой проект	-
Другие формы организации учебного процесса (контрольные работы, индивидуальные занятия, консультации и др.)	-
Самостоятельная работа студента (всего часов)	45
Форма аттестации	27

4.2. Содержание разделов учебной дисциплины

Тема 1. Основание теории случайных процессов.

Аксиоматика Колмогорова. Измеримые пространства. Способы задания вероятностных мер на измеримых пространствах (Теорема Колмогорова). Случайные элементы. Интеграл Лебега (математическое ожидание), его свойства. Виды сходимостей случайных элементов. Теоремы о предельном переходе под знаком интеграла Лебега. Условные математические ожидания относительно σ -алгебры. Их свойства и структура. Регулярные условные вероятности. Теорема Колмогорова о существовании случайного процесса.

Тема 2. Случайные последовательности.

Стохастический базис. Марковские последовательности. Переходные вероятности. Теорема Чепмена-Колмогорова. Теоремы существования случайных последовательностей (Колмогоров, Ионеско-Тулча). Процесс определенный рекуррентно (существование, единственность, марковское свойство, примеры). Полумартингалы (мартингалы, субмартингалы, супермартингалы). Примеры полумартингалов. Теорема Дуба (о существовании конечного предела у полумартингала). Марковские моменты, остановленные последовательности. Локальные мартингалы. Теорема Дуба-Мейера. Квадратично-интегрируемые мартингалы. Характеристики. Локальная абсолютная непрерывность вероятностных мер. Марковские цепи: классификация состояний. Классификация Марковских цепей по асимптотическим свойствам. Эргодические Марковские цепи.

Тема 3. Элементы общей теории случайных процессов.

Основные определения: поток σ -алгебр (фильтрация), стохастический базис, случайный процесс, согласованный случайный процесс, модификация. Непрерывность случайного процесса: справа, слева, стохастическая непрерывность. Построение пуассоновского случайного процесса. Полумартингалы (с непрерывным временем: определение, свойства). Теорема Дуба-Мейера. Регулярные полумартингалы. Неравенство Колмогорова. Марковские моменты: определение, свойства. Стохастические интервалы, график Марковского момента, локализующиеся последовательности Марковских моментов. Остановленные случайные процессы. Локальные полумартингалы. Классификация Марковских моментов: предсказуемые, опциональные, достижимые. Классификация потоков σ -алгебр: предсказуемые, опциональные фильтрации. Опциональный и предсказуемый случайные процессы. Процесс ограниченной вариации, возрастающий процесс.

Тема 4. Марковские процессы в широком смысле.

Определение переходной вероятности Марковского процесса. Соотношение Чепмена-Колмогорова. Закон входа. Операторы, порождаемые переходными вероятностями Марковских процессов. Марковские полугруппы. Классификация Марковских процессов по свойствам траекторий. Марковские процессы с конечным или счетным числом

состояний. Вывод и разрешимость уравнения Колмогорова (прямого и обратного), соответствующего Марковским процессам с конечным или счетным числом состояний. Регулярные скачкообразные Марковские процессы. Вывод и разрешимость уравнения Колмогорова (прямого и обратного) соответствующего скачкообразному Марковскому процессу. Процессы с независимыми приращениями: определение, описание, свойства. Теорема Леви-Хинчина. Диффузионные процессы: определение. Уравнения (прямое и обратное) Колмогорова для диффузионных процессов (вывод).

Тема 5. Точечные случайные процессы. Теория восстановления. Теория очередей.

Использование теории Марковских процессов для систем массового обслуживания.

Точечные процессы (основания).

Определения: стохастического базиса, случайного процесса, согласованного случайного процесса. Непрерывность справа, слева случайных процессов. Пуассоновский случайный процесс. Считающий (точечный) процесс (определение), его свойства. Компенсатор точечного процесса и его свойства. Формула Ито для считающих процессов. Квадратическая вариация. Локальные мартингалы. Интегрирование по мартингалам, имеющим ограниченную вариацию. Мультивариантные точечные процессы. Марковские m -вариантные точечные процессы, уравнения Колмогорова. Разрешимость системы уравнений Колмогорова, соответствующая Марковским процессам с конечным или счетным числом состояний. Интенсивность m -вариантного точечного процесса и ее вероятностное представление.

Теория восстановления.

Процесс восстановления, функция восстановления. Уравнение восстановления. Разрешимость уравнения восстановления. Предельные теоремы теории восстановления: элементарная, узловая, Блэкуэла.

Теория очередей.

Простейшие системы массового обслуживания: входной точечный процесс (поток), процесс обслуживания, внутреннее состояние, очередь. Вывод и разрешимость стохастического уравнения для процесса обслуживания. Выходной поток. Уравнение описывающее эволюцию во времени распределения вероятности длины очереди. Процесс гибели-размножения. Системы массового обслуживания с обратной связью: описание, стохастическое уравнение. Стационарное распределение длины очереди.

Тема 6. Стохастические уравнения и их свойства.

Стохастические интегралы Ито. Стохастические уравнения. Винеровский процесс и его свойства. Стохастический интеграл Ито по Винеровскому процессу и его свойства. Процесс Ито. Формула Ито и ее применение. Стохастические уравнения: существование и единственность сильных решений. Оценки моментов решений стохастических уравнений. Непрерывность траекторий решений стохастических уравнений.

Диффузионные процессы и стохастические уравнения. Уравнения Колмогорова, соответствующие стохастическим уравнениям.

4.3. Лекции

№ п/п	Название темы	Объем часов
		Очная форма
1	Основание теории случайных процессов.	2
2	Случайные последовательности.	2
3	Элементы общей теории случайных процессов.	4
4	Марковские процессы в широком смысле.	4
5	Точечные случайные процессы. Теория восстановления. Теория очередей.	4
6	Стохастические уравнения и их свойства.	4
Итого:		16

4.4. Практические /семинарские занятия

№ п/п	Название темы	Объем часов
		Очная форма
1	Основание теории случайных процессов. Случайные последовательности.	4
2	Элементы общей теории случайных процессов.	4
3	Марковские процессы в широком смысле.	4
4	Точечные случайные процессы. Теория восстановления. Теория очередей.	4
5	Стохастические уравнения.	4
Итого:		20

4.5. Лабораторные работы

Не предусмотрены учебным планом.

4.6. Самостоятельная работа студентов

№ п/п	Название раздела / темы	Вид самостоятельной работы	Объем часов
			Очная форма
1	Основание теории случайных процессов.	Выполнение домашнего задания	5
2	Случайные последовательности.	Выполнение домашнего задания	8
3	Элементы общей	Выполнение	8

	теории случайных процессов.	домашнего задания	
4	Марковские процессы в широком смысле.	Выполнение домашнего задания	8
5	Точечные случайные процессы. Теория восстановления. Теория очередей.	Выполнение домашнего задания	8
6	Стохастические уравнения и их свойства.	Выполнение домашнего задания	8
Итого самостоятельная работа студентов:			45
Экзамен		Подготовка к экзамену.	27

4.7. Курсовые работы / проекты

Не предусмотрены учебным планом.

5. Методическое обеспечение, образовательные технологии

Преподавание дисциплины ведется с применением следующих методических средств обучения и образовательных технологий:

Наряду с традиционной методикой лекционно-практической работы предусмотрено использование активных форм и методов обучения: дискуссии, беседы, мозговой штурм.

Методика проблемного обучения применяется на каждом лекционном занятии в процессе работы над учебным материалом. Это позволяет не только приобретать новые знания, умения, навыки, но и накапливать опыт творческого решения разнообразных профессиональных задач.

Для формирования у учащихся навыков самостоятельной деятельности и самообразования применяется модульное обучение и методика исследовательской деятельности.

Применяются информационные технологии: использование электронных образовательных ресурсов при подготовке к лекциям, практическим и лабораторным занятиям.

6. Формы контроля освоения учебной дисциплины

Текущая аттестация студентов производится в дискретные временные интервалы лектором и преподавателем, ведущим практические занятия по дисциплине в следующих формах:

- письменные домашние задания;
- ответ у доски на практических занятиях.

Промежуточный контроль по результатам освоения дисциплины проходит в форме экзамена (5 семестр) и включает в себя ответы на теоретические вопросы и решение практических заданий.

Система оценивания учебных достижений студентов, оценочные средства представлены в фонде оценочных средств к рабочей программе учебной дисциплины.

7. Учебно-методическое и программно-информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Бекарева, Н. Д. Случайные процессы : учебное пособие / Н. Д. Бекарева. — Новосибирск : НГТУ, 2016. — 127 с. — ISBN 978-5-7782-3042-2. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/118304>. — Режим доступа: для авториз. пользователей.

2. Бородин, А. Н. Случайные процессы : учебное пособие / А. Н. Бородин. — Санкт-Петербург : Лань, 2013. — 640 с. — ISBN 978-5-8114-1526-7. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/12935>. — Режим доступа: для авториз. пользователей.

3. Кирьянова, Л. В. Теория случайных процессов : курс лекций / Л. В. Кирьянова, А. Ю. Лемин, Т. А. Мацеевич. — Москва : Московский государственный строительный университет, ЭБС АСВ, 2016. — 96 с. — ISBN 978-5-7264-1421-8. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/62635.html>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей.

б) дополнительная литература:

1. Аркашов, Н.С. Теория вероятностей и случайные процессы: учебное пособие / Аркашов Н.С. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2014. – 238 с.

2. Волков, И.К. Случайные процессы. Вып. XVIII: Учеб. для вузов / Волков И.К., Зуев С.М., Цветкова Г.М. – 3-е изд., исправл. – Москва: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2006. – 448 с.

3. Маталыцкий, М.А. Теория вероятностей, математическая статистика и случайные процессы: учеб. пособие / М.А. Маталыцкий, Г.А. Хацкевич – Минск: Выш. шк., 2012. – 720 с.

в) Интернет-ресурсы:

1. Электронно-библиотечная система Лань <https://e.lanbook.com/> – Режим доступа: по подписке.

2. Новая электронная библиотека www.newlibrary.ru – Режим доступа: свободный.

3. Научная электронная библиотека www.elibrary.ru. – Режим доступа: свободный.

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Лекционные и практические занятия проводятся в учебных аудиториях университета, отвечающих требованиям техники безопасности. Практические занятия проводятся в аудиториях, оснащенных компьютерами,

на которых установлена программа для работы с электронными таблицами Microsoft Excel.

Для осуществления самостоятельной работы студентов необходимы рабочие места, оснащенные компьютерами с доступом в Интернет, предназначенные для работы в электронной образовательной среде.

9. Лист дополнений и изменений

[illegible]